

一維無限深位能井 解題攻略

CUES

定態薛丁格方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E\psi$$

邊界條件

$$\psi(0) = \psi(L) = 0$$

波函數

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

能階

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

回想

能量為何量子化？

回想

零點能等於多少？

回想

第 n 態節點數 = ?

解題重點

1. 箱內 $V = 0$ 、箱外 $V = \infty$ ，故 ψ 在兩端必為零。
2. 套邊界條件得 $k = n\pi/L$ ，故 $n = 1, 2, 3 \dots$ ，量子化來自只允許駐波。
3. 節點數 = $n - 1$ ；能量正比 n^2 ，能階隨 n 越拉越開。
4. 基態 $n = 1$ 仍有零點能 $E_1 > 0$ ，受測不準原理保證。

n 量子數 E_n 能階 L 箱寬

例題 一個電子關在寬 $L = 1.0 \text{ nm}$ 的位能井中，求基態能量 E_1 (eV) 與 $1 \rightarrow 2$ 躍遷能量 ΔE 。

1. 代入能階公式： $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$
2. 基態 $n = 1$ ： $E_1 = \frac{(6.626 \times 10^{-34})^2}{8(9.11 \times 10^{-31})(1.0 \times 10^{-9})^2}$
3. 得 $E_1 = 6.02 \times 10^{-20} \text{ J} = \boxed{0.376 \text{ eV}}$
4. 躍遷 $\Delta E = E_2 - E_1 = 3E_1 = \boxed{1.13 \text{ eV}}$

△ 易錯：① 令 $n = 0$ 會得 $\psi \equiv 0$ (非物理)，故 $n \geq 1$ 。② 能量正比 n^2 而非 n ，所以 $E_2 = 4E_1$ 不是 $2E_1$ 。③ 最低能量非零，零點能 $E_1 > 0$ 。

SUMMARY

公式整合：

能階比 $E_1 : E_2 : E_3 = 1 : 4 : 9$ (即 n^2)； $E_n \propto 1/L^2$ ，箱越小、能階越疏、能量越高。

口訣：箱小能高、 n 平方跳、最低非零。